Code No: 5091/R19

FACULTY OF SCIENCE

B.Sc. (CBCS) I-Year (I-Semester) Regular Examinations, February/March-2023

Mathematics-I

(Differential and Integral Calculus)

Time: 3 Hours | Max Marks: 80

SECTION-A (4x5=20 Marks)

Answer any Four questions from the following

ఈక్రిందివానిలో ఏవేని నాలుగు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి

1. Find second order partial derivatives of e^{x-y}.
   e^{x-y} యొక్క రెండవ పాక్షిక అవకలజాలను కనుగొనండి.

2. If $u = \begin{vmatrix} x^2 & y^2 & z^2 \\ x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ then show that $u_x + u_y + u_z = 0$.
   $u = \begin{vmatrix} x^2 & y^2 & z^2 \\ x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ ఐతే $u_x + u_y + u_z = 0$ అనిచూపండి.

3. Find $\frac{dz}{dt}$ where $z = xy^2 + x^2y, x = at^2, y = 2at$.
   $z = xy^2 + x^2y, x = at^2, y = 2at$ ఐతే $\frac{dz}{dt}$ కనుగొనండి.

4. Expand the function $f(x, y) = x^2y + 3y - 2$ by Taylor's theorem in powers of $(x-1) and (y+2)$.
   టేలర్ సిద్ధాంతంను ఉపయోగించి $f(x, y) = x^2y + 3y - 2$ అనే ప్రమేయాన్ని $(x-1)$ మరియు $(y+2)$ ఘాతాలలో విస్తరించండి.

5. Find the radius of the curvature at the origin of the curve $x^3 - 2x^2y + 3xy^2 - 4y^3 + 5x^2 - 6xy + 7y^2 - 8y = 0$ by using Newtonian method.
   $x^3 - 2x^2y + 3xy^2 - 4y^3 + 5x^2 - 6xy + 7y^2 - 8y = 0$ అనే వక్రం యొక్క వక్రత వ్యాసార్థాన్ని న్యూటానియన్ పద్ధతిని ఉపయోగించి మూలబిందువు వద్ద కనుగొనండి

6. Find the envelope of the straight lines $xCos\alpha + ySin\alpha = lSin\alpha Cos\alpha, \alpha$ being the parameter.
   $xCos\alpha + ySin\alpha = lSin\alpha Cos\alpha$ అనే సరళ రేఖల యొక్క అవరణికను కనుగొనండి.ఇక్కడ α పరామితి.

7. Find the perimeter of the cardioide curve $r = a(1 - \cos(\theta))$.
   $r = a(1 - \cos(\theta))$అనే కార్డియోయైడ్ చుట్టు కొలతను కనుగొనండి.

8. Find the volume of the solid obtained by revolving the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ about the axis of x.
   $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$అనే దీర్ఘవృత్తం x అక్షంపై పరిభ్రమించడం ద్వారా ఉత్పన్నమయ్యే ఘనపదార్థం యొక్క ఘనపరిమాణాన్ని కనుగొనండి.

Contd....2

SECTION-B (4x15=60 Marks)

Answer all the following questions

ఈక్రింది అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి

9. (a) If $u=\log(x^2+y^2+z^2)$, prove that $x\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z}=y\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x}=z\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$.

$u=\log(x^2+y^2+z^2)$ఐతే $x\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z}=y\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x}=z\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ అని నిరూపించండి.

(OR) / లేదా

(b) State and prove Euler's theorem on Homogeneous functions.

సమఘాతీయ ప్రమేయాలపై అయిలర్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

10. (a) If A,B,C are angles of a triangle such that $Sin^2A+Sin^2B+Sin^2C=$Constant then prove that $\frac{dA}{dB}=\frac{\tan B-\tan C}{\tan C-\tan A}$.

A,B,C లు త్రిభుజంలోని కోణాలు మరియు $Sin^2A+Sin^2B+Sin^2C=$ స్థిరం ఐతే $\frac{dA}{dB}=\frac{\tan B-\tan C}{\tan C-\tan A}$ అని నిరూపించండి.

(OR) / లేదా

(b) Show that minimum value of $u=xy+\frac{a^3}{x}+\frac{a^3}{y}$ is $3a^2$.

$u=xy+\frac{a^3}{x}+\frac{a^3}{y}$ యొక్క కనిష్ఠ విలువ $3a^2$ అని చూపండి.

11. (a) In the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ show that the radius of curvature at an end of the major axis is equal to semi-latus rectum of the ellipse.

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ దీర్ఘ వృత్తంలో దీర్ఘాక్షం యొక్క ఒక అంత్యం వక్రత వ్యాసార్థం దీర్ఘ వృత్తం యొక్క అర్థనాభి లంబం పొడవుకు సమానం అనిచూపండి.

(OR) / లేదా

(b) Show that the evolute of the astroid $x=aCos^3\theta, y=aSin^3\theta$ is $(X+Y)^{\frac{2}{3}}+(X-Y)^{\frac{2}{3}}=2a^{\frac{2}{3}}$.

$x=aCos^3\theta, y=aSin^3\theta$ ఆస్ట్రాయిడ్ యొక్క కేంద్రజం $(X+Y)^{\frac{2}{3}}+(X-Y)^{\frac{2}{3}}=2a^{\frac{2}{3}}$ అనిచూపండి.

12. (a) Find the volume of the solid obtained by revolving the lemniscate $r^2=a^2\cos(2\theta)$ about the initial line.

లేమ్నిస్కేట్ $r^2=a^2\cos(2\theta)$తొలి రేఖపై పరిభ్రమించడం ద్వారా పొందిన ఘనం యొక్క ఘనపరిమాణాన్ని కనుగొనండి.

(OR) / లేదా

(b) Find the whole length of the curve $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$.

$x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$ వక్రము యొక్క మొత్తము పొడవు ను కనుగొనండి.